



1. Título del proyecto

Errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de aprendizaje del álgebra

2. Área de Investigación

Área de investigación	Línea de Investigación	Disciplina OCDE
	Educación y dinámica educativa	

3. Duración del proyecto (meses)

12 meses

4. Tipo de proyecto

<u>Individual</u>	☒
<u>Multidisciplinario</u>	☐
<u>Director de tesis pregrado</u>	☐

5. Datos de los integrantes del proyecto

Apellidos y Nombres	Castro Quispe, Alfredo Carlos
Escuela Profesional	Educación Secundaria
Celular	974284458
Correo Electrónico	acastroq@unap.edu.pe

I. Título

Errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de aprendizaje del álgebra

II. Resumen del Proyecto de Tesis

La investigación tiene como propósito explicar las dificultades y errores que cometen los estudiantes en el proceso de aprendizaje del álgebra en la educación básica. El tipo de investigación corresponde al enfoque cualitativo, el tipo de investigación se relaciona con el estudio de caso; la técnica de investigación a emplearse es el análisis de contenido, la muestra de estudio estará conformada por un grupo de estudiantes matriculados en el año académico 2022, Se elaboró un cuestionario cuyos ítems fueron adaptadas según las capacidades que tienen relación con el desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, propuesta en el Currículo Nacional. Como resultados se espera que se hayan identificado e interpretado las dificultades y errores en el proceso de generalización y de simbolización en el aprendizaje del álgebra.

III. Palabras claves (Keywords)

Aprendizaje, álgebra, dificultad, error, generalización y simbolización.

IV. Justificación del proyecto

El estudio considera como interrogante de investigación: ¿Cuáles son los errores y dificultades más frecuentes que presentan los estudiantes del segundo grado del nivel secundario de una institución educativa pública respecto al aprendizaje del álgebra? La investigación encontrará hallazgos que evidencien la existencia de un problema expresados en los errores y dificultades que los estudiantes muestran cuando desarrollan actividades, cuando son evaluados respecto al desarrollo de la competencia y se muestra en cada de las capacidades que deben ser logradas. El álgebra constituye una de las ramas de la matemática en su estudio, no solo opera con los números, sino también con letras, que se denominan variables, lo cual en cierto modo complejiza su estudio puesto que se evidencia un tránsito que no siempre es exitoso para el estudiante, aunque desde la óptica del docente puede serlo. A través del álgebra se realizan operaciones y se resuelven problemas diversos y complejos. Asumimos que el estudio será de beneficio para la comunidad académica regentado por docentes, estudiantes y público en general debido a que nos permitirá diagnosticar los errores y dificultades que muestran los estudiantes en el proceso de enseñanza – aprendizaje, además ser fuente de información para alcanzar propuestas orientadas a promover la realización de talleres con el propósito de proponer el aprendizaje efectivo del álgebra de los estudiantes.

V. Antecedentes del proyecto

Pulache (2021) efectuó una investigación cuyo objetivo fue diagnosticar los errores algebraicos más frecuentes que presentan los estudiantes del segundo grado de secundaria de una institución educativa pública rural, en el aprendizaje del álgebra escolar. Se optó por la metodología cualitativa basada en un análisis descriptivo de los errores y las posibles dificultades que los causan. Los resultados evidencian que los errores cometidos en el álgebra tienen su origen en la aritmética, en las características propias del lenguaje algebraico y los errores en el proceso de simbolización, además los errores mencionados generan dificultades en la comprensión del significado de los símbolos y las letras, debido a que los símbolos que el estudiante ha usado en aritmética como los signos de operaciones, paréntesis y números, son de significación unívoca y persisten en la mayor parte de sus procedimientos.

Gavilán, (2011) realizó una investigación cuyo propósito surge de la reflexión sobre la propia práctica pedagógica con estudiantes adolescentes durante más de veinticinco años, sobre todo con estudiantes de 3° E.S.O., donde las dificultades en el paso de la aritmética al álgebra se hacen más notables. Utilizó la metodología

cooperativa el cual es una herramienta eficaz para ayudar a los estudiantes a dar este paso tan decisivo en su aprendizaje de las matemáticas escolares. Inserta de manera breve el punto de vista histórico, lo que facilita una perspectiva de lo que ha supuesto el inicio y desarrollo del álgebra. Se analiza las dificultades propias del álgebra y las que encuentran los estudiantes a la hora de emplear el lenguaje algebraico. Finalmente se visualiza cómo el aprendizaje cooperativo ayuda a los estudiantes a la adquisición y empleo del lenguaje algebraico y al aprendizaje del álgebra escolar.

Ruano et al., (2008) realizaron una investigación cuyo propósito fue analizar y clasificar los errores cometidos por un grupo de alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización. Se diseñó un cuestionario con 15 preguntas y 43 ítems, en torno a tres procesos característicos del lenguaje algebraico: la sustitución formal, la generalización y la modelización. El diseño y modo de construcción del cuestionario, así como los criterios de corrección de las preguntas están recogidos en Ruano y Socas (2001). El cuestionario se administró en dos partes, C1 y C2. La parte C1 contiene 9 preguntas, con un total de 28 ítems. En relación con los procesos en estudio, las 4 primeras están dedicadas a la sustitución formal (13 ítems) y el resto a la generalización. La parte C2 consta de 6 preguntas (20 ítems) donde las 3 primeras están relacionadas con la generalización y las siguientes con la modelización. La muestra elegida fue de 60 estudiantes del IES San Matías, del Barrio de San Matías, en La Laguna (Tenerife): dos grupos de 4º de ESO de la opción B, con 21 y 25 alumnos, respectivamente, y un grupo de 1º de bachillerato tecnológico (14 alumnos), a los que se les administró el cuestionario (C1 y C2). Se presenta como resultado que, los errores dependen de los contenidos de las tareas presentadas y del proceso. Sin embargo, hay algunos que se han repetido independientemente del proceso desarrollado: la necesidad de clausura, la particularización de expresiones, el uso incorrecto del paréntesis y la confusión de la multiplicación y la potencia. Parece conveniente prestar especial atención a la prevención y remedio de estos errores en el tratamiento del lenguaje algebraico, fijándonos principalmente en el origen de los mismos. Otros muchos errores tienen su origen en una ausencia de sentido. En algunos casos, son errores que están relacionados con cuestiones que han quedado sin resolver en la Aritmética. De aquí que sea importante identificarlos para tratar de corregirlos en el ámbito aritmético y que no sean un problema añadido a la hora de introducir el álgebra.

Muñoz, (1998) llevó a cabo un estudio cuyo objetivo fue analizar los fundamentos teóricos y algunos de los resultados de un estudio sobre la frecuencia y naturaleza de los errores algebraicos cometidos por estudiantes de 3º de secundaria de escuelas públicas de la ciudad de Aguascalientes. El trabajo consistió en la aplicación de una prueba de álgebra a 235 alumnos, la cual sirvió para identificar el tipo de errores cometidos por los alumnos y su frecuencia. En una segunda etapa se desarrollaron entrevistas clínicas a nueve alumnos para explorar la naturaleza de los errores algebraicos. La explicación que aportan Resnick, Cauxinille, Marmèche y Mathieu sobre las fuentes del significado de las expresiones algebraicas resultó ser muy



fructífera en el análisis de nuestros resultados y ofrece interesantes perspectivas para futuros trabajos; las situaciones cotidianas en las que se involucran cantidades y relaciones son tantas y tan variadas, e impregnan el ámbito extraescolar con tal fuerza, que consideramos que deben ser más exploradas. Además, hay que tomar en cuenta que en muchas áreas del contexto escolar se hacen aplicaciones de esta ciencia, como por ejemplo en la física, la química, la geografía, el dibujo, por mencionar sólo unas pocas, aunque las interconexiones que existen entre la matemática y todas las demás áreas del conocimiento, por lo general no son explícitamente mostradas a los alumnos.

Oliver, M., Rocerau, C., Valdez, G., Medina, P., Astiz, M., Vilanova, (2021) realizaron una investigación cuyo objetivo fue detectar las dificultades más frecuentes en el aprendizaje del Álgebra en el primer año de las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática, indagar posibles causas y proponer alternativas de solución. La metodología es de carácter exploratorio, a tal efecto se da tratamiento a las respuestas obtenidas por parte de los alumnos en dos actividades sobre conjuntos, tema inicial de la asignatura, las que han sido analizadas cualitativamente. Por otro lado, se administró un cuestionario de datos personales y laborales a los alumnos participantes. Se presenta aquí una descripción de las dificultades detectadas con mayor frecuencia. Desde el punto de vista cognitivo, los resultados expresan que la mayoría de los alumnos son capaces de repetir, posiblemente de manera memorística, una definición, pero en las producciones escritas las aplicaciones resultan erróneas. Esto podría estar indicando que se encuentran en la primera fase de la redescrípción representacional, y que la segunda fase – instancia en la que el alumno internamente redescríbe sus representaciones dándole otro formato – no ha sido completada. Las dificultades en la utilización del lenguaje formal, producen errores en la construcción y en la interpretación de los conceptos matemáticos y obstaculizan la comunicación. Si bien los alumnos, como ya se ha expresado, se enfrentan a estas cuestiones por primera vez en la Universidad, las mismas fueron trabajadas en clase mediante problemas y tipos de enunciados similares, lectura, interpretación y uso del lenguaje conjuntista y de los elementos de la lógica formal que subyacen a las operaciones entre conjuntos. No obstante, en el análisis de la producción de los alumnos se detectan principalmente errores vinculados a las primeras cuatro categorías planteadas por Movshovitz-Hadar et al (1995): datos mal utilizados o lectura incorrecta del enunciado, interpretación incorrecta del lenguaje, inferencias no válidas lógicamente y teoremas o definiciones deformados.

Chavarría, (2014) efectuó una investigación cuyo propósito fue analizar las dificultades de estudiantes de octavo año, al aprender el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita. Los protagonistas fueron estudiantes con bajo rendimiento en matemática de un colegio de Heredia. La investigación se desarrolló desde el paradigma naturalista y se utilizó el estudio de caso como método, mediante un enfoque cualitativo. Se



aplicaron técnicas como observaciones de clase, cuestionario a estudiantes, entrevistas no estructuradas a la docente y entrevista clínica a los educandos. Entre los datos más relevantes se destacaron las principales causas de las dificultades de los estudiantes al aprender a resolver problemas algebraicos: aspectos afectivos, deficiencia en conocimientos previos, poca comprensión relacional, fatiga, distracción, deficiencias en la lectura y mal manejo de terminología.

Olmedo et al., (2015) realizaron un estudio en el primer año del profesorado de matemática, cuyo propósito fue visualizar las debilidades o aspectos a superar de los estudiantes, estudiar los errores que cometen, dificultades que poseen, las causas y motivos que los provocan y las posibles concepciones que subyacen bajo esas dificultades. La metodología utilizada es cualitativa y la recolección de datos se obtuvo de los cuadernos de seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de los docentes y de entrevistas a alumnos y un profesor. Se puede inferir que los errores cometidos por los alumnos en álgebra tienen su origen en la aplicación de procedimientos imperfectos provocados por concepciones inadecuadas. Los estudiantes conviven con procesos intuitivos y formales, entre concepciones procesuales y estructurales con una supremacía de las primeras.

Castellanos & Obando (2009) realizaron una investigación en torno a las dificultades y errores evidenciados por estudiantes de básica secundaria y media en la construcción de pensamiento algebraico, cuyo propósito fue exponer para el caso de la generalización algebraica los hallazgos logrados desde la investigación que recupera en primera instancia a manera de reseña los referentes teórico conceptuales, las definiciones pertinentes y la clasificación de las dificultades y errores en la educación matemática especialmente en el caso de álgebra; por otro lado, detallar las características y acuerdos conceptuales entorno al razonamiento, razonamiento algebraico; y, establecer la relación y justificación conceptual entre: sistemas de representación- (errores); las dificultades- (comprensión) y razonamiento algebraico. Como resultados se pone de manifiesto las dificultades para usar e interpretar los paréntesis. Tales dificultades son encontradas tanto en ambientes aditivos como multiplicativos en los aspectos estructurales y operacionales, no así en el aspecto procesual (sustitución formal) expresado por Socas en el análisis de dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas desde el Enfoque Lógico Semiótico. Los cambios conceptuales entre la aritmética y el álgebra tienen una importante incidencia en la consecución de errores. El mayor cambio conceptual en el aprendizaje del álgebra se centra alrededor de su diferencia con la aritmética especialmente en el significado de los símbolos e interpretaciones de las letras. El discernimiento del significado de los valores simbólicos los puede llevar a dar $7x$ como resultado de $3x + 4$, que tiene que ver con su interpretación del símbolo $+$, en aritmética. En lo que se refiere a la maduración del concepto de igualdad, se presenta un cambio conceptual aún más crítico. En aritmética, el signo $=$ es usado para conectar un problema con su resultado numérico, como: $4+7=11$; para unir una secuencia de pasos que conducen a un resultado final: $3(15-6)=3.9=27$ y, con menor



frecuencia, para relacionar dos procesos que dan el mismo resultado, como, por ejemplo: $3 \times 4 = 6 + 6$. Las ecuaciones, a diferencia de las expresiones aritméticas anteriores, no son afirmaciones verdaderas universalmente; es decir, el signo $=$ no pone en conexión identidades, sino que obliga a la incógnita a tomar un valor (o valores) para que la expresión sea verdadera. Un error bastante frecuente en la resolución de ecuaciones, es efectuar operaciones en el primer miembro de la misma sin modificar el segundo. Este error es debido a que pierden el sentido de igualdad (de equilibrio) entre ambos miembros de la ecuación. En la misma línea está el error de cambiar el signo de uno de los miembros de la ecuación sin modificar el signo del otro miembro. En este sentido es muy útil el recurso de las balanzas para el estudio de las ecuaciones. Por último, una de las diferencias más obvias entre la aritmética y el álgebra reside en el significado de las letras. Las letras también aparecen en aritmética, pero de forma diferente, por ejemplo, las letras m y g pueden usarse en aritmética para representar metros y gramos, respectivamente, más que para representar el número de metros o el número de gramos, como en álgebra, aunque la diferencia más significativa se da en la letra como variable. Incluso cuando los alumnos interpretan letras que representan números existe una tendencia a considerar las letras como valores únicos y específicos más que como números generalizados o como variables.

VI. Hipótesis del trabajo

Los errores y dificultades de los estudiantes limitan el proceso de aprendizaje del álgebra.

VII. Objetivo general

Explicar los errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de aprendizaje del álgebra en el nivel secundario.

VIII. Objetivos específicos

- Diagnosticar los errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de sustitución formal del aprendizaje del álgebra.
- Indagar los errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de generalización del aprendizaje del álgebra.
- Describir los errores y dificultades de los estudiantes en el proceso de simbolización del aprendizaje del álgebra.

IX. Metodología de investigación

9.1 Población y muestra

La población estará compuesta por los estudiantes del segundo grado del nivel secundario; la muestra de estudio quedará determinada por un grupo de estudiantes matriculados en el segundo grado de estudios, el procedimiento para seleccionar la

muestra de estudio será no probabilístico (intencionada). En este tipo de muestreo según Carrasco (2006) “el investigador procede a seleccionar la muestra en forma intencional, eligiendo aquellos elementos que considera convenientes y cree que son los más representativos” (p.243).

9.2 Métodos e instrumentos de recolección de datos

En la investigación se empleará la técnica del análisis de contenido, según Ñaupas, H.; Mejía, E.; Novoa, E. y Villagómez (2014) “nos permite recoger información en base a una lectura científica (metódica, sistemática, objetiva) de un texto escrito, hablado, grabado, pintado, filmado, etc., para luego analizarlo e interpretarlo” (p. 391).

El cuestionario estará conformado por un conjunto de ítems contextualizadas y que responden a los propósitos investigativos y a la competencia vinculada al currículo nacional del área curricular.

9.3 Análisis de los datos

Bernard y Ryan (como se citó en Verd, J. y Lozares, 2016) plantean que la información cualitativa tiene un carácter no estructurado, y el procesamiento de la información también debe ser realizado interpretativamente por parte de personas. De este modo, cuando se trabaja con datos cualitativos, ambas acciones – la identificación de patrones y la reflexión teórica a partir de dichos patrones- se realizan simultáneamente o en órdenes alternativos, a veces sin que la persona investigadora sea consciente de ambas actividades concurrentes.

X. Referencias

- Carrasco, S. (2006). *Metodología de la investigación* (E. S. Marcos (ed.)).
- Castellanos, S. M., & Obando, J. A. (2009). Errores y dificultades en procesos de representación. El caos de la generalización y el razonamiento algebraico. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*.
- Chavarría, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Uniciencia*, 28(2), 15–44.
<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/6009>
- Gavilán, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación En La Escuela*, 73, 95–108.
- Muñoz, D. (1998). El aprendizaje del álgebra y sus dificultades. Una exploración a través del estudio de errores. *Caleidoscopio - Revista Semestral de Ciencias Sociales y Humanidades*, 2(4), 7. <https://doi.org/10.33064/4crscsh269>
- Ñaupas, H.; Mejía, E.; Novoa, E. y Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa - cualitativa y redacción de la tesis* (Ediciones).
- Oliver, M., Rocerau, C., Valdez, G., Medina, P., Astiz, M.; Vilanova, S. (2021). Análisis de algunas dificultades en el aprendizaje de un tema de álgebra en alumnos de primer año de universidad. *Sociedad Argentina de Educación Matemática*, 2013–2015.
- Olmedo, N., Galíndez, M., & Peralta, J. (2015). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. *Xiv Ciaem-Iacme*.



- Pulache, C. (2021). *Diagnóstico de los errores que cometen los estudiantes del segundo grado de secundaria, de una institución educativa pública en el inicio del aprendizaje del álgebra escolar*. Universidad de Piura.
- Ruano, R. M., Socas, M., & Palarea, M. (2008). Análisis y Clasificación de Errores Cometidos por Alumnos de Secundaria en los Procesos de Sustitución Formal, Generalización y Modelización en Álgebra. *Pna*, 2(2008), 61–74.
- Verd, J. y Lozares, C. (2016). *Introducción a la investigación cualitativa - fases métodos y técnicas* (Editorial).

XI. Uso de los resultados y contribuciones del proyecto

Los resultados obtenidos serán de beneficio para la comunidad académica regentado por docentes, estudiantes y público en general debido a que nos permitirá diagnosticar los errores y dificultades que muestran los estudiantes en el aprendizaje del álgebra, debido a que este componente permite generalizar el estudio de la matemática. Además, será conveniente proponer dentro del corpus metodológico aquellas estrategias que faciliten comprensiblemente el paso del estudio de la aritmética al álgebra.

XII. Impactos esperados

i. Impactos en Ciencia y Tecnología

En general las investigaciones por sus características de tipo y diseño proporcionan nuevos conocimientos, las cuales se incorporan en el cuerpo teórico de la ciencia.

ii. Impactos económicos

Todo proyecto de investigación incorpora una fuente de financiamiento para su concreción, ella constituye un medio de soporte para alcanzar los propósitos del proyecto.

iii. Impactos sociales

Los resultados a obtenerse servirán como información para contribuir en la formulación de un taller de metodología del aprendizaje del álgebra dirigido a estudiantes y docentes, el cual debe considerarse en el plan de trabajo de la institución educativa, además en las instituciones intermedias del sector educación, llámese Unidad de Gestión Educativa Local y Dirección Regional de Educación.

iv. Impactos ambientales



El proyecto de investigación propuesto es viable ambientalmente puesto que garantiza la seguridad ambiental en el contexto donde se realizará la investigación.

XIII. Recursos necesarios

-Computadora personal
-Servicio de digitación
-Impresora
-Servicio de internet
-Libros de texto

XIV. Localización del proyecto

El proyecto de investigación se llevará a cabo en una Institución Educativa Secundaria del sector público, siendo los estudiantes los sujetos de investigación.

XV. Cronograma de actividades

Actividad	Trimestres - 2022											
	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
- Presentación del proyecto	x											
- Ejecución del proyecto								x	x	x		
- Redacción del marco teórico		x	x	x	x	x	x	x				
- Análisis e interpretación de datos								x	x	x	x	
- Redacción del informe								x	x	x	x	
- Presentación del informe y artículo científico												x

XVI. Presupuesto

Descripción	Unidad de medida	Costo Unitario (S/.)	Cantidad	Costo total (S/.)
-Adquisición de textos	Unidad	120,00	6	720,00
-Digitación - diseño	Servicio	600,00	1	600,00
-Internet	Servicio	80,00	12	960,00
-Otros gastos	Servicio	200,00	1	200,00
Total				2 480,00