



ANEXO 1

**FORMATO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROYECTOS DE
INVESTIGACIÓN CON EL FINANCIAMIENTO DEL FEDU**

1. Título del proyecto

Diseño de una trayectoria de enseñanza aprendizaje de los números reales en docentes en formación de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno

2. Área de Investigación

Área de investigación	Línea de Investigación	Disciplina OCDE
Didáctica de la matemática	Educación y dinámica educativa	Matemáticas aplicadas

3. Duración del proyecto (meses)

01 de enero del 2023 al 31 de diciembre del 2023 (12 meses)

4. Tipo de proyecto

Individual	<input type="radio"/>
Multidisciplinario	<input checked="" type="radio"/>
Director de tesis pregrado	<input type="radio"/>

4. Datos de los integrantes del proyecto

Apellidos y Nombres	Quispe Yapo, Wenceslao
Escuela Profesional	Educación Secundaria
Celular	924 509 539
Correo Electrónico	wquispey@unap.edu.pe

Apellidos y Nombres	Ruelas Acero, Elio Ronald
Escuela Profesional	Educación Secundaria
Celular	929 597 498
Correo Electrónico	erruelas@unap.edu.pe

Apellidos y Nombres	Gallegos Flores, Fredy
Escuela Profesional	Educación Secundaria
Celular	951818267
Correo Electrónico	fgallegos@unap.edu.pe



- I. Título (El proyecto de tesis debe llevar un título que exprese en forma sintética su contenido, haciendo referencia en lo posible, al resultado final que se pretende lograr. Máx. palabras 25)

Diseño de una trayectoria de enseñanza aprendizaje de los números reales en docentes en formación de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno

- II. Resumen del Proyecto de Tesis (Debe ser suficientemente informativo, presentando -igual que un trabajo científico- una descripción de los principales puntos que se abordarán, objetivos, metodología y resultados que se esperan)

El proyecto de investigación tiene como objetivo; Evaluar la efectividad del diseño experimental basado en la Didáctica Fundamental para la construcción conceptual de los números reales en los estudiantes de formación de docentes de matemáticas de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno. La metodología en el presente estudio aspira proponer un diseño del proceso de transposición didáctica de los números reales. Permitiendo apoyar el desarrollo de formas particulares de aprendizaje y estudiarlos en contextos diseñados a través de la investigación basada en el diseño (Cobb y Gravemeijer, 2008). La investigación de diseño tiene como objetivo diseñar, probar, implementar y difundir prácticas innovadoras que permiten implementar formas de enseñanza y aprendizaje, posibilitando pasar del rendimiento deficiente al rendimiento pleno o del rendimiento pleno a la excelencia (Kelly et al., 2008) (Cobb y Gravemeijer, 2008). Por tanto, la metodología se organiza en tres fases: Primero, preparación del experimento, en donde a través de la documentación de los puntos de inicio se realizará el análisis del programa curricular de educación secundaria; segundo, se propone el diseño de la enseñanza y aprendizaje de los números reales considerando la hipótesis del aprendizaje y el diseño de recolección de datos, finalmente, tercero, el análisis retrospectivo de los datos cuantitativos y cualitativos de la presente investigación es constante.

- III. Palabras claves (Keywords) (Colocadas en orden de importancia. Máx. palabras: cinco)

Didáctica Fundamental, números reales, diseño experimental.

- IV. Justificación del proyecto (Describa el problema y su relevancia como objeto de investigación. Es importante una clara definición y delimitación del problema que abordará la investigación, ya que temas cuya definición es difusa o amplísima son difíciles de evaluar y desarrollar)

La investigación se justifica desde las perspectivas teórica, metodológica y práctica. En el aspecto teórico busca proponer un modelo teórico que fundamente una trayectoria didáctica para el desarrollo de las competencias disciplinares de los profesores en formación inicial en relación al concepto de número real. Esto es de importancia, en vista de que se constata que



los libros de texto escolares dan una visión general de número real como un conjunto resultante de la unión de los números racionales y los irracionales, pero no abordan su comprensión desde la necesidad de su aparición y desarrollo lo que constituye un vacío que no ayuda a tener una definición clara de lo que es un número real. Al respecto se propone analizar la historia de la matemática y los aportes de Bolzano, Cauchy, Russel, Dedekind entre otros para tener una mejor idea de número real.

Desde la perspectiva metodológica, el presente trabajo propone la investigación de diseño como una nueva forma de abordar en nuestro contexto el diseño y la intervención pedagógica con características predominantemente cualitativas, que permitirán explicitar estrategias, técnicas e instrumentos para estudiar la enseñanza-aprendizaje en el nivel superior abarcando un análisis didáctico, curricular, histórico, epistemológico, fenomenológicos y semiótico de las diferentes perspectivas históricas de construcción de los números reales y concretarlas en una propuesta didáctica, que deberá ser experimentada.

En la perspectiva práctica, la investigación aportará diseños de sesiones, recursos y materiales validados, estrategias de evaluación del aprendizaje validados en experimentación, en suma, el estudio aportará al docente de matemática elementos de análisis para mejorar su enseñanza de los números reales, y permitirá un aprendizaje comprensivo en los estudiantes.

Formulación del problema

En la enseñanza de la matemática en el nivel universitario, los libros de consulta son uno de los principales y clásicos materiales educativos para favorecer el aprendizaje, a pesar de esta importancia se constata limitaciones como en la concepción matemática, procesos de adaptación del conocimiento matemático sabio a contextos universitario en la presentación y diagramación de los textos, limitaciones que ameritan un estudio sistemático para su mejora. La presentación puede influir en la motivación del aprendiz, como también puede promover procesos cognitivos adecuados que generen aprendizajes. La forma en que los libros de texto expongan, introduzcan y desarrollen los conceptos, pueden influir en qué aprender y cómo aprender. Si admitimos que el libro se constituye en material de enseñanza y recurso de aprendizaje de mayor importancia, además de ser una fuente de actividades de extensión y tareas, entonces, será necesario evaluar y analizar estos libros de consulta, además de la forma como se desarrolla la definición o concepto del conjunto de los números reales. Se analiza si el modo en que se introduce los números reales con relación a su definición reflejados en los textos, determinarán, en cierta medida, algunas características de la comprensión que el alumno adquiere.



Problema General

¿Por qué es funcional diseño de una trayectoria de enseñanza para apoyar el aprendizaje situado en diferentes contextos, basado en la teoría científica y en la práctica de la enseñanza aprendizaje, que favorezca el desarrollo de una teoría específica del dominio de los números reales empíricamente fundamentado en los docentes en formación de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno?

- V. Antecedentes del proyecto (Incluya el estado actual del conocimiento en el ámbito nacional e internacional. La revisión bibliográfica debe incluir en lo posible artículos científicos actuales, para evidenciar el conocimiento existente y el aporte de la Tesis propuesta. Esto es importante para el futuro artículo que resultará como producto de este trabajo)

González-Martín et al. (2013) analiza la introducción de los números reales en los libros de texto de secundaria, y específicamente las proposiciones sobre cómo estos deben ser enseñados, en una muestra de libros de texto brasileños utilizados en las escuelas públicas y aprobados por el Ministerio de Educación. Los análisis discutidos en este artículo siguen una perspectiva institucional (usando la Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevallard). El estudio muestra resultados que indican que la noción de número real se introduce generalmente sobre la base de los números racionales e irracionales y que la necesidad matemática de construir el campo de los números reales sigue sin estar clara en los libros de texto. Parece que los libros de texto utilizados en las instituciones de enseñanza secundaria desarrollan organizaciones matemáticas que se centran en el bloque práctico.

Los resultados de Voskoglou y Kosyvas (2012) sugieren que la capacidad de transferir la incomodidad entre varias representaciones de números reales ayuda a los estudiantes a obtener una mejor comprensión de los mismos. Una explicación teórica al respecto se obtiene mediante la adopción del marco conceptual de las dimensiones del conocimiento, por estudiar la comprensión de los números racionales. Siguiendo en parte la idea de descomposición genérica del análisis sugerimos un posible orden para el desarrollo de la comprensión de los números reales por parte de los estudiantes cuando se les enseña en la escuela.

Las opciones de los profesores de secundaria en relación con la enseñanza de números reales: un estudio de casos, el objetivo de este artículo es presentar un estudio de casos en el que se le pidió a un profesor de secundaria con doctorado en matemática que respondiera un cuestionario sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números reales, en este trabajo enfrenta el problema desde el punto de vista de la enseñanza en la escuela secundaria,



enfocando la atención en las elecciones intencionales informadas por los profesores de matemática de la escuela secundaria respecto a la enseñanza de los números reales en la escuela secundaria, el modelo de Schoenfeld, (2010) proporciona una herramienta para distinguir en tres factores principales que pueden influir en las elecciones de los docentes: Recursos (conocimientos matemáticos y pedagógicos); metas (fines educativos, educativos y sociales); orientaciones (creencias sobre el conocimiento, sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje). Utilizo este modelo para diseñar un cuestionario escrito respondido por los profesores en la primaria parte de esta investigación. Este caso es parte de una investigación realizada para una tesis doctoral sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números reales en la escuela secundaria, en la que involucre 89 profesores de secundaria italianos con muy diferentes antecedentes, en un caso de estudios el papel de los recursos, orientaciones y objetivos de los docentes en el proceso de toma de decisiones del docente, según el modelo de Schoenfeld, (2010). Los conocimientos que mostro sobre el tema es avanzado. Los saberes pedagógicos nunca han sido tomados en cuenta por el docente para sustentar argumentaciones, mientras que sus orientaciones, reflexiones y experiencias son utilizadas para motivar sus declaraciones durante la entrevista. Además, nunca cito explícitamente las limitaciones institucionales. Declaro elegir por lo general evitar por completo las introducciones formales de números reales y las cuestiones históricas. Aunque también es consciente de algunas cuestiones epistemológicas, sus elecciones son muy tradicionales y son adecuadas para el cálculo, pero no para el análisis (Bergué, 2008). Los matemáticos incluso con un doctorado en Análisis, en su transición a la profesión docente puede perder la oportunidad de beneficiarse de su conocimiento al no ser completamente consciente de las cuestiones epistemológicas de la importancia de las formalizaciones en la enseñanza. Los matemáticos que se conviertan en profesores de secundaria, para ser capaces de diseñar buenas actividades de enseñanza y aprendizaje para sus alumnos sobre números reales, deben formarse no solo desde el punto de vista disciplinar si no también desde el epistemológico y el didáctico.

Tovar (2011) en su tesis presenta una unidad didáctica para un acercamiento al concepto de continuidad del conjunto de los números reales. Esta propuesta se apoya en un estudio histórico y disciplinar que relaciona propiedades fundamentales de \mathbb{Q} , \mathbb{R} y la recta numérica, así como sus diversas representaciones. La unidad didáctica presenta conocimientos del número real, estándares básicos, metodología, recursos, materiales, la evaluación y las actividades a desarrollar.

El objetivo de la investigación es: Estudiar los conceptos de densidad e incompletitud de los números racionales desde el contexto numérico, geométrico y algebraico, y formular una propuesta didáctica que permita aproximar al estudiante a las nociones de continuidad o completitud de los números reales y a su correspondencia con los puntos de la recta. El marco



teórico construido contempla los siguientes aspectos: Análisis histórico-epistemológico de la noción de continuidad de los números reales; análisis de problemas que condujeron al descubrimiento de la inconmensurabilidad entre magnitudes y los métodos numéricos, geométricos y algebraicos usados para su tratamiento; el significado de proporción de Eudoxio de Cnido; construcciones con regla y compás: números construibles; aproximación a los irracionales por medio de fracciones continuas y fracciones decimales; George cantor y construcción del número real por encajes de intervalos: interpretación; Richard Dedekind: construcción: la continuidad y los números irracionales. Es claro que la investigación hace un especial énfasis en la historia de la matemática para diseñar su propuesta didáctica. La conclusión más relevante señala que para el diseño de la unidad didáctica se tuvo como base aspectos históricos y disciplinares que permitieron: primero, establecer un lapso entre el surgimiento y la forma de introducir los conceptos y procedimientos matemáticos; segundo, identificar los problemas y dificultades en la formación de conceptos y procedimientos matemáticos, y reconocer las soluciones dadas de acuerdo al estado de conocimiento de la época, como referente para la constitución de las actividades en la unidad didáctica; tercero, reconocer la matemática como una creación humana que busca como toda ciencia su consistencia. En este caso se debe tener en cuenta que la matemática cuando es presentada en forma teórica se deja de reconocer la evolución y dificultades que se tuvo para llegar a ello.

Alvarado (2010) en su estudio *El cuerpo de los números reales: una propuesta didáctica para su construcción como estructura algebraica*, tiene el objetivo de describir y analizar los aspectos necesarios para el aprendizaje de los números reales como cuerpo, desde una perspectiva cognitiva. El problema de investigación se traduce en las interrogantes ¿Cómo construye o comprende el alumno la estructura de cuerpo de los números reales?, ¿Cuáles son los conceptos previos, es decir, construcciones y mecanismos mentales necesarios para que un estudiante de primer año construya el concepto de cuerpo de los números reales, como estructura algebraica? La teoría APOE fundamenta el estudio y es desde esta que plantea su hipótesis de trabajo: el estudiante no puede aprender un concepto, si no tiene las estructuras matemáticas previas. Basada en la información brindada después de realizado el ciclo de investigación se realizan sugerencias didácticas, que tiene por objeto ser un aporte en la enseñanza y el aprendizaje de los reales como cuerpo. Las conclusiones más importantes son: Por un lado, el interés mismo de este estudio tiene relación con la construcción de los números reales como estructura algebraica, y por otro lado, sobre aspectos relacionados directamente con el proceso de investigación, en particular sobre la descomposición genética hipotética presentada. En términos de la construcción de los reales como cuerpo, se observa a partir de las respuestas de los alumnos, que predomina en ellos la idea de que el operador binario es central en la definición de cuerpo.

Ferreira (2011) en su investigación titulado *Introducción del concepto de número real: Una propuesta didáctica basada en la historia de la matemática*, presenta una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de número real fundamentado en la historia de la matemática. El objetivo de investigación fue demostrar que la introducción en la enseñanza del número real considerando las circunstancias históricas, puede ser efectiva por sus bondades que no son resaltados, mas bien oscurecidos en la enseñanza común. Sostiene que la historia permite extender con naturalidad el concepto de número real, desde la presentación de los enteros, pasando por los racionales. Para lograr este cometido se fundamenta en el estudio de Fowler y Knorr, historiadores de la matemática, quienes historian la teoría de las razones en el siglo IV a. C., conocimientos que fueron olvidados, y posteriormente recordados, dando lugar a la teoría de las proporciones de Eudoxo. La conclusión más relevante fue que, es necesario utilizar la historia del desarrollo de los sistemas numéricos, así, por ejemplo, presta especial interés al proceso de ampliación de los números racionales a los números irracionales por medio de la historia de los inconmensurables y sus reflexiones tanto filosóficas como prácticas de los griegos en su propósito de medir la diagonal del cuadrado de lado uno.

Scopel (2006) en su investigación sobre la construcción del número real en la educación básica busca, en un primer momento, caracterizar la problemática del aprendizaje de los números reales en la educación básica, para eso se ha utilizado y aplicando un cuestionario, además de eso se realizó un análisis de libros didácticos y comparándolos con los estándares curriculares del país, en un segundo momento, se evaluó las formas más comunes de construir números reales y la equivalencia entre todas ellas. Se muestra también, cómo a partir de cada una de estos abordajes, se llega a representaciones decimales de un número real positivo. Finalmente, se formula una propuesta pedagógica de enseñanza de los números reales para la enseñanza fundamental, además se da cuenta de la una experiencia didáctica, realizada con alumnos de la octava serie (grado), de construcción de un número real vía mediciones exactas de segmentos de recta.

Scaglia (2000) en su estudio *Dos conflictos al representar números reales en la recta* se planteó el objetivo de caracterizar los obstáculos epistemológicos relacionados con la representación de números reales en la recta. Un obstáculo epistemológico se reconoce en el progreso de un determinado conocimiento, en cambio los errores, dificultades y conflictos durante el desarrollo de determinadas tareas. En la investigación se utiliza los conflictos detectados como posibles indicadores de dificultades en los conceptos implicados. El hallazgo del obstáculo epistemológico lo abordaron como un problema de interpretación a partir de los conflictos observados. Las hipótesis de la investigación son: primero, la biyección entre números reales y puntos de la recta atribuye una estructura a la recta que ha



cosechado adeptos, pero también adversarios en el ámbito matemático y filosófico; segundo, los elementos conceptuales y procedimentales de la representación en la recta de los números reales requieren una clarificación; tercero, existen indicios de que la biyección, números reales/puntos de la recta, resulte conflictiva para algunos alumnos. Los objetivos de la investigación bajo los supuestos son los siguientes: Primero, analizar dos fenómenos organizados por el número real: la recta geométrica y la longitud; segundo, con ayuda de esos fenómenos diseñar situaciones que permitan detectar conflictos cognitivos en sujetos de Bachillerato o que comienzan los estudios universitarios; tercero, establecer una interpretación de esos conflictos cognitivos en términos de obstáculos epistemológicos. La metodología de investigación a partir del propósito central de la investigación, incluye la utilización alternativa de métodos empíricos y no empíricos. El estudio no empírico aborda el sistema de números reales y la representación de números en la recta. La descripción desde un punto de vista matemático y escolar del sistema \mathbb{R} y la descripción de la representación de números en la recta proporcionan elementos para diseñar situaciones adecuadas para incluir en los instrumentos de un nuevo estudio empírico. En el Estudio Empírico, de carácter descriptivo, se analizan respuestas de alumnos con el objeto de identificar conflictos cognitivos. Finalmente, en el Segundo Estudio Teórico se estudia la conexión entre los conflictos detectados y los obstáculos epistemológicos. Los principales hallazgos son: primero, elaboración de un marco para el estudio de un sistema numérico que incluye el análisis de cinco criterios: orden, tipo de número, fenomenología, representaciones y operaciones. Aplicación de este marco al sistema de números reales; segundo, conjetura referida a la relativa complejidad conceptual y procedimental de la representación de números reales en la recta respecto de otras representaciones de estos números; tercero, elaboración de instrumentos para detectar respuestas conflictivas en la representación de números en la recta en alumnos de Bachillerato y 1º de Licenciatura en Matemáticas; cuarto, propuesta de explicación de los conflictos, uno mediante un obstáculo epistemológico y otro como aparente constante en la historia del pensamiento occidental; quinto, en el proyecto de tesis hemos definido el problema de caracterizar obstáculos epistemológicos de la representación de números reales en la recta.

Branchetti (2017) en su estudio sobre los maestros y la enseñanza de los números reales, sostiene que, las opciones de los profesores de secundaria en relación con la enseñanza de números reales: un estudio de casos, el objetivo de este artículo es presentar un estudio de casos en el que se le pidió a un profesor de secundaria con doctorado en matemática que respondiera un cuestionario sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números reales, en este trabajo enfrenta el problema desde el punto de vista de la enseñanza en la escuela secundaria, enfocando la atención en las elecciones intencionales informadas por los profesores de matemática de la escuela secundaria respecto a la enseñanza de los números



reales en la escuela secundaria, el modelo de Schoenfeld (2010) proporciona una herramienta para distinguir en tres factores principales que pueden influir en las elecciones de los docentes: Recursos(conocimientos matemáticos y pedagógicos); metas(fines educativos, educativos y sociales); orientaciones(creencias sobre el conocimiento, sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje). Utilizo este modelo para diseñar un cuestionario escrito respondido por los profesores en la primaria parte de esta investigación. Este caso es parte de una investigación realizada para una tesis doctoral sobre la enseñanza y el aprendizaje de los números reales en la escuela secundaria, en la que involucre 89 profesores de secundaria italianos con muy diferentes antecedentes, en un caso de estudios el papel de los recursos, orientaciones y objetivos de los docentes en el proceso de toma de decisiones del docente, según el modelo de Schoenfeld (2010). Los conocimientos que mostro sobre el tema es avanzado. Los saberes pedagógicos nunca han sido tomados en cuenta por el docente para sustentar argumentaciones, mientras que sus orientaciones, reflexiones y experiencias son utilizadas para motivar sus declaraciones durante la entrevista. Además, nunca cito explícitamente las limitaciones institucionales. Declaro elegir por lo general evitar por completo las introducciones formales de números reales y las cuestiones históricas. Aunque también es consciente de algunas cuestiones epistemológicas, sus elecciones son muy tradicionales y son adecuadas para el cálculo, pero no para el análisis (Bergé.2008). Los matemáticos incluso con un doctorado en Análisis, en su transición a la profesión docente puede perder la oportunidad de beneficiarse de su conocimiento al no ser completamente consciente de las cuestiones epistemológicas de la importancia de las formalizaciones en la enseñanza. Los matemáticos que se conviertan en profesores de secundaria, para ser capaces de diseñar buenas actividades de enseñanza y aprendizaje para sus alumnos sobre números reales, deben formarse no solo desde el punto de vista disciplinar si no también desde el epistemológico y el didáctico.

VI. Hipótesis del trabajo (Es el aporte proyectado de la investigación en la solución del problema)

El diseño didáctico para apoyar el aprendizaje situado en diferentes contextos, es funcional porque su implementación y ejecución permite desarrollar teoría específica del dominio de los números reales empíricamente fundamentado, relacionando la teoría científica con la práctica de la enseñanza aprendizaje en los docentes en formación de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.



VII. Objetivo general

Explicar la funcionalidad del diseño de una trayectoria de enseñanza para apoyar el aprendizaje situado en diferentes contextos, basado en la teoría científica y en la práctica de la enseñanza aprendizaje, que favorezca el desarrollo de una teoría específica del dominio de los números reales empíricamente fundamentado en los docentes en formación de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

VIII. Objetivos específicos

- a) Describir y caracterizar los razonamientos, concepciones y conocimientos previos e iniciales de los números real que tienen los estudiantes, en el contexto de formación docente.
- b) Analizar la correspondencia de la concepción del número real y los conocimientos previos de los estudiantes, con la aproximación epistemológica, semiótica e histórica del número real, en el contexto de formación docente.
- c) Analizar la vinculación de la concepción de número real y los conocimientos previos de los estudiantes, con la aproximación fenomenológica, en el contexto de formación docente.
- d) Analizar los objetivos de enseñanza de los números reales y proponer objetivos alternativos.
- e) Diseñar una trayectoria de enseñanza para apoyar el aprendizaje dentro del dominio específico de los números reales y en el contexto teórico de la epistemología, fenomenología, semiótica, trasposición didáctica y la didáctica fundamental.
- f) Describir los cambios significativos que ocurrieron durante el experimento en el razonamiento de los estudiantes, documentando con evidencias empíricas las formas sucesivas de razonamiento que van surgiendo como una reorganización de las formar de razonamientos anteriores.
- g) Analizar la organización de las actividades, las tareas de enseñanza y la naturaleza del discurso en el aula, como los aspectos de la ecología del aprendizaje que son necesarios, más que circunstancial, para apoyar el surgimiento de estas formas sucesivas de razonamiento.
- h) Rediseñar una trayectoria de enseñanza para apoyar el aprendizaje desarrollando una teoría específica del dominio de los números reales y en el contexto teórico de la epistemología, fenomenología, semiótica, trasposición didáctica y la didáctica fundamental.
- i) Explicar las conjeturas, supuestos teóricos que fundamentan las interpretaciones de los desempeños en el aprendizaje de los números reales.



- j) Proponer un modelo teórico de enseñanza específica del dominio de los números reales empíricamente fundamentada, para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.
- k) Analizar el proceso de desarrollo de las competencias, determinando las formas particulares de razonamiento específico del dominio de los números reales como resultado de su participación en el experimento de diseño.

IX. Metodología de investigación (Describir el(los) método(s) científico(s) que se empleará(n) para alcanzar los objetivos específicos, en forma coherente a la hipótesis de la investigación. Sustentar, con base bibliográfica, la pertinencia del(los) método(s) en términos de la representatividad de la muestra y de los resultados que se esperan alcanzar. Incluir los análisis estadísticos a utilizar)

En años recientes, ha habido un esfuerzo renovado para cerrar la brecha de credibilidad en la investigación educativa. Algunos creen que esta distinción se debe a una metodología de investigación no científica, mientras que otros señalan una desconexión entre la investigación y la práctica. La investigación educativa apartada de la práctica puede no tener en cuenta los efectos del contexto, la rapidez y complejidad de los resultados y el conocimiento incompleto.

El presente estudio aspira proponer un diseño del proceso de transposición didáctica de los números reales. Permitiendo apoyar el desarrollo de formas particulares de aprendizaje y estudiarlos en contextos diseñados a través de la investigación basada en el diseño (Cobb y Gravemeijer, 2008). La investigación de diseño tiene como objetivo diseñar, probar, implementar y difundir prácticas innovadoras que permiten implementar formas de enseñanza y aprendizaje, posibilitando pasar del rendimiento deficiente al rendimiento pleno o del rendimiento pleno a la excelencia (Kelly et al., 2008).

El surgimiento de la teoría crítica como paradigma para la investigación educativa es convincente, y sus implicaciones para la investigación se exploran en una variedad de formas que resuenan con la investigación curricular (Cohen et al., 2018).

Es importante destacar que la investigación basada en el diseño va más allá del simple diseño y prueba de intervenciones particulares (Design Based Research Collective, 2003). En la investigación basada en el diseño, los profesionales y los investigadores trabajan juntos para producir un cambio significativo en los contextos de la práctica. Tal colaboración significa que las metas y las restricciones de diseño se extraen del contexto local, así como de la agenda del investigador, abordando una preocupación de muchos esfuerzos de reforma. La validez de los hallazgos a menudo se aborda mediante las asociaciones y la iteración típicas de la investigación basada en el diseño, que dan como resultado una mayor alineación de la



teoría, el diseño, la práctica y la medición a lo largo del tiempo (Design Based Research Collective, 2003).

Por tanto el presente proyecto de investigación opta como diseño de investigación: la experimentación para apoyar y comprender los procesos de aprendizaje (Cobb y Gravemeijer, 2008) consistente en:

Primera fase: preparación del experimento, en donde a través de la documentación de los puntos de inicio se realizará el análisis del programa curricular de educación secundaria del Currículo Nacional de la Educación Básica del Perú, el currículo flexible por competencias del programa de Matemática, Física, Computación e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano. También se hará el análisis de las propuestas teóricas de los números reales como: la propuesta axiomática de los números reales de David Hilbert, la continuidad del dominio de los números reales de Richard Dedekind, el Teorema de los intervalos encajados a través del Axioma de Georg Ferdinand Cantor y la construcción de los números reales por sucesiones en racionales de Augustin Louis Cauchy.

Luego de la documentación y análisis de estos dos puntos de inicio se define problema y objetivos de la investigación considerando variables en estudio, variables del entorno y participantes. Delineando una trayectoria de aprendizaje prevista y colocando el experimento en un contexto teórico (Cobb y Gravemeijer, 2008)

Segunda fase: se propone el diseño de la enseñanza y aprendizaje de los números reales considerando la hipótesis del aprendizaje y el diseño de recolección de datos. La teoría de las situaciones didácticas que se plantea se sitúa en un nivel más local. Su objetivo es modelar situaciones de enseñanza para que puedan ser desarrolladas y gestionadas de forma controlada (Biehler et al., 2020).

Es importante aclarar que el propósito del experimento del diseño de la enseñanza y aprendizaje de los números reales no es probar que la ruta de aprendizaje prevista funciona. Por el contrario, cuando los experimentos respaldan el aprendizaje, el objetivo es aclarar la trayectoria imaginada del experimento probando, desarrollando y revisando hipótesis sobre el proceso de aprendizaje posterior y los métodos específicos que lo respaldan (Cobb y Gravemeijer, 2008).

Una característica de DBR (Design Based Research) investigación basada en el diseño es la naturaleza iterativa de sus intervenciones (McKenney y Reeves, 2013). Si es necesario,

modificar sobre la marcha, de manera justificada, el diseño de la intervención de acuerdo con los objetivos de la intervención (Molina et al., 2011). Por tanto, en cada iteración del diseño de la enseñanza y aprendizaje de los números reales, los investigadores refinan y modifican las intervenciones utilizando diferentes métodos de investigación que son los más apropiados para las circunstancias. Informados por el análisis y la exploración en cada iteración el equipo de investigación realiza interpretaciones continuas tanto de la actividad de los participantes como del entorno de aprendizaje en el que se encuentran, los investigadores rediseñan y reconstruyen intervenciones, como la estructura curricular de la enseñanza y aprendizaje de los números reales, el andamiaje epistemológico, fenomenológicos y semiótico de los números reales, así como el proceso de trasposición didáctica de los números reales (Design Based Research Collective, 2003).

Tercera fase: El análisis retrospectivo de los datos cuantitativos y cualitativos de la presente investigación es constante. Tomando cierta distancia de los resultados del análisis preliminar, de las conjeturas iniciales y de la justificación del diseño de cada intervención, para profundizar en la comprensión de la situación de enseñanza y aprendizaje de los números reales identificando la ruta conceptual seguida por el grupo y por cada alumno, por medio de los cambios que pueden ser apreciados, atendiendo a las acciones específicas los investigadores que contribuyeron a dichos cambios (Molina et al., 2011).

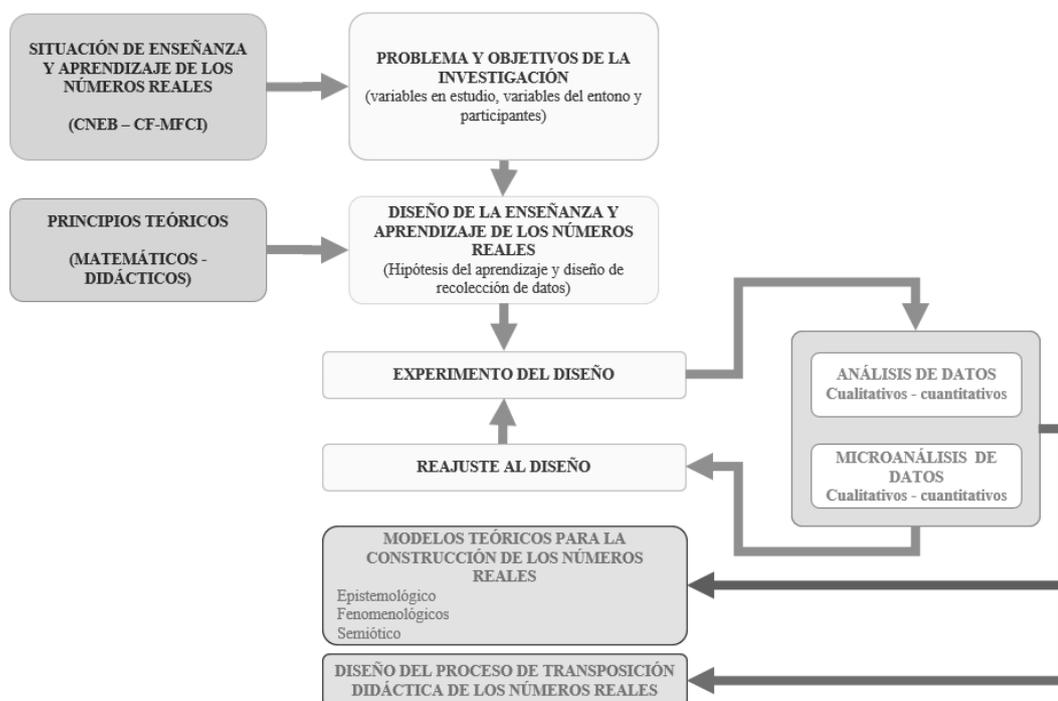


Figura N° 1 diseño de la investigación basado en la experimentación de diseño.

Instrumentos de recogida de datos elaborados y material experimental:

- a) Cuestionario para la evaluación del conocimiento previo sobre la definición del conjunto de los números reales.
- b) Cuestionario para la evaluación de la capacidad de resolución de problemas con números reales como resultado de la experimentación y durante el proceso mismo.
- c) Diseño de la Propuesta Didáctica con Situaciones Didácticas para la enseñanza y aprendizaje de los números reales.
- d) Diseño de material didáctico sobre la construcción conceptual del conjunto de los números reales.
- e) Diseño de material de estudio o fichas de aplicación para los estudiantes.

Técnicas de análisis de datos

Se usarán diversas técnicas tanto cualitativas como cuantitativas, dependiendo de las fases e instrumentos de la investigación.

Para los datos obtenidos de los cuestionarios, se aplicarán técnicas estadísticas estándares, en particular, resúmenes descriptivos y tendencias a través de la observación transversal.

Actividades tareas previstas para la intervención

- T1: Revisión de la bibliografía específica sobre los números reales.
- T2: Revisión de la propuesta curricular para la enseñanza de los números reales.
- T3: Construcción de un banco de situaciones problemáticas sobre los números reales.
- T4: Diseño de sesiones y actividades para la enseñanza de los números reales.
- T5: Aplicación piloto de los cuestionarios; análisis de resultados y revisión del cuestionario.
- T6: Recolección de datos para su análisis e interpretación.

Población y Muestra de Estudio

La población de interés está constituida por los estudiantes que estudian sistemas numéricos, álgebra moderna, en el semestre I del 2023 de la Facultad de Ciencias de la Educación:

La muestra está conformada por 80 estudiantes y el criterio de selección de la muestra es la accesibilidad a los sujetos de estudio. Por cuanto, los docentes investigadores tienen acceso a estas secciones de estudiantes y desarrollarán estos cursos personalmente. La tabla N° 1 detalla la composición de la muestra.



Tabla N° 1. *Muestra de investigación por cursos del semestre 2023 I.*

N°	Cursos involucrados	Semestre	Número	Porcentaje
1	Sistemas Numéricos	III	35	28.2
2	Álgebra Moderna	IV	23	18.5
3	Didáctica de la Geometría Analítica	VI	21	16.9
4	Cálculo Integral	VII	20	16.1
5	Práctica de Unidades Didácticas II	IX	25	20.2
Total			124	100

X. Referencias (Listar las citas bibliográficas con el estilo adecuado a su especialidad)

Alvarado, L. (2010). *El cuerpo de los números reales: una propuesta didáctica para su construcción como estructura algebraica.*

Bergué, M. E. (2008). *¿CUÁNDO SE “QUEMA” EL PROFESORADO DE SECUNDARIA?*

Biehler, R., Scholz, R., Straber, R., & Winkelmann, B. (2020). Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. In *Suparyanto dan Rosad (2015)* (Kluwer Aca, Vol. 5, Issue 3).

Branchetti, L. (2017). *High school teachers' choices concerning the teaching of real numbers: A case study.* <https://hal.science/hal-01941650>

Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). *Experimentación para apoyar y comprender los procesos de aprendizaje (2008).*

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). Research Methods in Education. In *Research Methods in Physical Activity and Health.*
<https://doi.org/10.4324/9781315158501-17>

Design Based Research Collective, D. (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8.

Ferreira, M. P. (2011). *Introdução ao Conceito de Números Reais : Uma Proposta Didática Baseada na História da Matemática* *Introdução ao Conceito de Números Reais : Uma Proposta Didática Baseada na História da Matemática.*

González-Martín, A. S., Giraldo, V., & Souto, A. M. (2013). The introduction of real numbers in secondary education: An institutional analysis of textbooks. *Research in Mathematics Education*, 15(3), 230–248.
<https://doi.org/10.1080/14794802.2013.803778>

Kelly, A., Lesh, R., & Baek, J. (2008). Multitiered Design Experiments in Mathematics, Science, and Technology Education. In *Handbook of Design Research Methods in Education.* <https://doi.org/10.4324/9781315759593-17>



- McKenney, S., & Reeves, T. (2013). Conducting educational design research. In *Educational Media International* (Vol. 50, Issue 3).
<https://doi.org/10.1080/09523987.2013.843832>
- Molina, M., Molina, J.-L., & Castro, E. (2011). *UN ACERCAMIENTO A LA INVESTIGACIÓN DE DISEÑO A TRAVÉS DE LOS EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA*. <https://www.researchgate.net/publication/267967870>
- Scaglia, S. (2000). *Dos conflictos al representar números reales en la recta*.
- Schoenfeld, B. (2010). Mechanisms of Hypertrophy 2. *Science and Development of Muscle Hypertrophy*, 24(10), 2857–2872. <https://doi.org/10.5040/9781492595847-ch002>
- Scopel, D. (2006). *A CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS REAIS NA ESCOLA BÁSICA*.
- Tovar, E. (2011). *Un acercamiento al concepto y completitud de los números reales Un acercamiento al concepto y completitud de los números reales*.
- Voskoglou, M. G., & Kosyvas, G. D. (2012). Analyzing students' difficulties in understanding real numbers. In *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education* (Vol. 1, Issue 3). <https://doi.org/10.4471/redimat.2012.16>

XI. Uso de los resultados y contribuciones del proyecto (Señalar el posible uso de los resultados y la contribución de los mismos)

Los hallazgos de la investigación serán publicados en una revista indexada para que los docentes de matemática de nivel universitario lo consideren como una referencia e iniciativa de investigación continua.

La propuesta de la Didáctica Fundamental para la construcción conceptual de los números reales en los estudiantes de formación de docentes de matemáticas, serán puesto a consideración de los docentes universitarios que enseñen las materias relacionadas a los números reales los cuales podrán integrar en sus actividades académicas.

XII. Impactos esperados

i. Impactos en Ciencia y Tecnología

Desarrollo de una propuesta de didáctica Fundamental para la construcción conceptual de los números reales en los estudiantes de formación de docentes de matemáticas. Se diseñarán sesiones de aprendizaje basados en la investigación de diseño. También se crearán materiales didácticos para la formación de docentes de matemática.

ii. Impactos económicos

La disminución de la tasa de desaprobados en los cursos de Sistemas Numéricos, Álgebra Moderna, Didáctica de la Geometría Analítica, Cálculo Integral, Práctica de Unidades Didácticas II, el logro del desarrollo de las competencias profesionales, permitirá economizar recursos humanos, presupuesto y logística para la implementación de cursos de nivelación.

iii. Impactos sociales

La satisfacción de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes bajo una propuesta didáctica fundamentada en la investigación de diseño, la misma que contribuirá en la formación de profesionales que comprende la utilidad de los números reales para el desempeño de la profesión como docentes de matemáticas.

iv. Impactos ambientales

La propuesta de la Didáctica Fundamental para la construcción conceptual de los números reales en los estudiantes de formación de docentes de matemáticas, el diseño de las sesiones de aprendizaje, recursos académicos, instrumentos de evaluación, recolección de datos y materiales didácticos tendrán un soporte eminentemente digital, dicho de otra forma, se



utilizará el principio de disminuir el material impreso para contribuir con la conservación del medio ambiente.

XIII. Recursos necesarios (Infraestructura, equipos y principales tecnologías en uso relacionadas con la temática del proyecto, señale medios y recursos para realizar el proyecto)

Recursos humanos	Cantidad
Docentes	2
Investigadores	5
Infraestructura	
Aulas para la realización de sesiones de aprendizaje	2
Laboratorio de cómputo	1
Equipos	
Computadoras para atender una sección de 30 estudiantes	30
Proyector multimedio.	2
Softwares: GeoGebra, Office, Windows y otros.	4

XIV. Localización del proyecto (indicar donde se llevará a cabo el proyecto)

El proyecto se ejecutará en la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, concretamente en las sesiones donde se desarrolla el curso de Sistemas Numéricos.

XV. Cronograma de actividades

Actividad	Trimestres											
	Primero			Segundo			Tercero			Cuarto		
	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Investigación teórica y diseño de propuesta didáctica												
Investigación de artículos especializados en el tópico de construcción de los números reales.	x											
Evaluación del estado actual de la teoría sobre la Didáctica Fundamental.		x										
Diseño de la propuesta experimental de intervención basado en la Didáctica Fundamental.			x									
Diseño de instrumentos y su aplicación												
Análisis de las condiciones previas sobre la concepción de los números reales.			x									
Formulación de los instrumentos de evaluación				x								
Evaluación de competencias de los estudiantes					x							
Experimentación y puesta en práctica del diseño didáctico.						x						
Análisis y discusión de resultados												
Sistematización de los datos recogidos y su micro análisis y discusión de resultados preliminares.							x					
Análisis retrospectivo y discusión de los resultados de la investigación y elaboración de conclusiones								x	x			
Redacción del artículo y edición												
Primera redacción del informe preliminar										x		
Redacción del informe											x	
Publicación del artículo científico												x



XVI. Presupuesto

16.1 Bienes corrientes

DESCRIPCIÓN DEL ÍTEM		CANTIDAD	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
Material de escritorio	Papel bond 80 gramos	5 millares	40.00	200.00
	Papel bond 80 gramos (colores)	5 millares	40.00	200.00
	Plumones de colores	20 estuches	40.00	800.00
	Toner de impresora	2 unidades	150.00	300.00
	Tinta de impresora	2 kits	200.00	400.00
	Discos compactos	2 unidades	20.00	40.00
	Lapiceros	1 docena	20.00	20.00
	Otros materiales de escritorio		200.00	200.00
Otros generales.			1000.00	1000.00
Material bibliográfico digital		40 textos	150.00	6000.00
Total de rubros de bienes				9160.00

16.2 Servicios

DESCRIPCIÓN DEL ÍTEM	CANTIDAD	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
1. Pasajes Puno Lima	5 viajes	1000.00	5000.00
2. Viáticos:	20 días	200.00	4000.00
3. Servicios de procesamiento de datos	1 persona	3000.00	3000.00
4. Servicio de impresión:	10 ejemplares	500.00	5000.00
5. Servicios de Internet	10 meses	100.00	1000.00
6. Servicio de fotocopiado	10 000 hojas	0.10	1000.00
Total de rubros de servicios			19000.00

Presupuesto general.

Rubros de gasto	Total en soles
Total de rubros de bienes corrientes	9160.00
Total de rubros de servicios	19000.00
Total presupuesto general	S/. 28160.00